Leyenda sobre el tablero del ajedrez

El ajedrez es un juego antiquísimo. Cuenta muchos siglos de existencia y por eso no es de extrañar que estén ligadas a él leyendas cuya veracidad es difícil comprobar debido a su antigüedad. Precisamente quiero contar una de éstas. Para comprenderla no hace falta saber jugar al ajedrez; basta simplemente saber que el tablero donde se juega está dividido en 64 escaques (casillas negras y blancas, dispuestas alternativamente).

1.

El juego del ajedrez fue inventado en la India. Cuando el rey hindú Sheram lo conoció, quedó maravillado de lo ingenioso que era y de la variedad de posiciones que en él son posibles. Al enterarse de que el inventor era uno de sus súbditos, el rey lo mandó llamar con objeto de recompensarle personalmente por su acertado invento.

El inventor, llamado Seta, presentóse ante el soberano. Era un sabio vestido con modestia, que vivía gracias a los medios que le proporcionaban sus discípulos.

—Seta, quiero recompensarte dignamente por el ingenioso juego que has inventado

—dijo el rey.

El sabio contestó con una inclinación.

—Soy bastante rico como para poder cumplir tu deseo más elevado —continuó diciendo el rey—. Di la recompensa que te satisfaga y la recibirás.

Seta continuó callado.

—No seas tímido —le animó el rey—. Expresa tu deseo. No escatimaré nada para satisfacerlo.

—Grande es tu magnanimidad, soberano. Pero concédeme un corto plazo para meditar la respuesta. Mañana, tras maduras reflexiones, te comunicaré mi petición. Cuando al día siguiente Seta se presentó de nuevo ante el trono, dejó maravillado al rey con su petición, sin precedente por su modestia.

—Soberano —dijo Seta—, manda que me entreguen un grano de trigo por la primera casilla del tablero del ajedrez.

— ¿Un simple grano de trigo? —contestó admirado el rey.

—Sí, soberano. Por la segunda casilla, ordena que me den dos granos; por la tercera, 4; por la cuarta, 8; por la quinta, 16; por la sexta, 32...

Basta —interrumpióle irritado el rey—. Recibirás el trigo correspondiente a las 64 casillas del tablero de acuerdo con tu deseo: por cada casilla doble cantidad que por la precedente. Pero has de saber que tu petición es indigna de mi generosidad. Al pedirme tan mísera recompensa, menosprecias, irreverente, mi benevolencia. En verdad que, como sabio que eres, deberías haber dado mayor prueba de respeto ante

la bondad de tu soberano. Retírate. Mis servidores te sacarán un saco con el trigo que solicitas.

Seta sonrió, abandonó la sala y quedó esperando a la puerta del palacio.

2.

Durante la comida, el rey acordóse del inventor del ajedrez y envió a que se enteraran de si habían ya entregado al irreflexivo Seta su mezquina recompensa.

—Soberano, están cumpliendo tu orden —fue la respuesta—. Los matemáticos de la corte calculan el número de granos que le corresponde.

El rey frunció el ceño. No estaba acostumbrado a que tardaran tanto en cumplir sus órdenes.

Por la noche, al retirarse a descansar, el rey preguntó de nuevo cuánto tiempo hacía que Seta había abandonado el palacio con su saco de trigo.

—Soberano —le contestaron—, tus matemáticos trabajan sin descanso y esperan terminar los cálculos al amanecer.

— ¿Por qué va tan despacio este asunto? —gritó iracundo el rey—. Que mañana, antes de que me despierte, hayan entregado a Seta hasta el último grano de trigo. No acostumbro a dar dos veces una misma orden.

Por la mañana comunicaron al rey que el matemático mayor de la corte solicitaba audiencia para presentarle un informe muy importante.

El rey mandó que le hicieran entrar.

Antes de comenzar tu informe —le dijo Sheram—, quiero saber si se ha entregado por fin a Seta la mísera recompensa que ha solicitado.

—Precisamente por eso me he atrevido a presentarme tan temprano —contestó el anciano—. Hemos calculado escrupulosamente la cantidad total de granos que desea recibir Seta. Resulta una cifra tan enorme...

—Sea cual fuere su magnitud —le interrumpió con altivez el rey— mis graneros no empobrecerán. He prometido darle esa recompensa, y por lo tanto, hay que entregársela.

Soberano, no depende de tu voluntad el cumplir semejante deseo. En todos tus graneros no existe la cantidad de trigo que exige Seta. Tampoco existe en los graneros de todo el reino. Hasta los graneros del mundo entero son insuficientes. Si deseas entregar sin falta la recompensa prometida, ordena que todos los reinos de la Tierra se conviertan en labrantíos, manda desecar los mares y océanos, ordena fundir el hielo y la nieve que cubren los lejanos desiertos del Norte. Que todo el espacio sea totalmente sembrado de trigo, y ordena que toda la cosecha obtenida en estos campos sea entregada a Seta. Sólo entonces recibirá su recompensa.

El rey escuchaba lleno de asombro las palabras del anciano sabio.

—Dime cuál es esa cifra tan monstruosa —dijo reflexionando.

— ¡Oh, soberano! Dieciocho trillones cuatrocientos cuarenta y seis mil setecientos cuarenta y cuatro billones setenta y tres mil setecientos nueve millones quinientos cincuenta y un mil seiscientos quince.

3.

Esta es la leyenda. No podemos asegurar que haya sucedido en realidad lo que hemos contado; sin embargo, la recompensa de que habla la leyenda debe expresarse por ese número; de ello pueden convencerse, haciendo ustedes mismos el cálculo. Si se comienza por la unidad, hay que sumar las siguientes cifras: 1, 2, 4, 8, etc. El resultado obtenido tras 63 duplicaciones sucesivas nos mostrará la cantidad correspondiente a la casilla 64, que deberá recibir el inventor. Operando como se ha indicado en páginas anteriores, podemos fácilmente hallar la suma total de granos, si duplicamos el último número, obtenido para la casilla 64, y le

restamos una unidad. Es decir, el cálculo se reduce simplemente a multiplicar 64 veces seguidas la cifra dos:

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$, y así sucesivamente 64 veces.

Con objeto de simplificar el cálculo, podemos dividir estos 64 factores en seis grupos de diez doses y uno de cuatro doses. La multiplicación sucesiva de diez doses, como es fácil comprobar, es igual a 1024 y la de cuatro doses es de 16. Por lo tanto, el resultado que buscamos es equivalente a:

$1024 \cdot 1024 \cdot 1024 \cdot 1024 \cdot 1024 \cdot 1024 \cdot 16$.

Multiplicando $1024 \cdot 1024$ obtenemos 1 048 576. Ahora nos queda por hallar:

$1\,048\,576 \cdot 1\,048\,576 \cdot 1\,048\,576 \cdot 16$.

Restando del resultado una unidad, obtendremos el número de granos buscado.

18 446 744 073 709 551 615.

Para hacernos una idea de la inmensidad de esta cifra gigante, calculemos aproximadamente la magnitud del granero capaz de almacenar semejante cantidad de trigo. Es sabido que un metro cúbico de trigo contiene cerca de 15 millones de granos. En ese caso, la recompensa del inventor del ajedrez deberá ocupar un volumen

aproximado de 12 000 000 000 000 m^3, o lo que es lo mismo, 12 000 km^3. Si el granero tuviera 4 m de alto y 10 m de ancho, su longitud habría de ser de 300 000 000 km, o sea, el doble de la distancia que separa la Tierra del Sol.

El rey hindú, naturalmente, no pudo entregar semejante recompensa. Sin embargo, de haber estado fuerte en matemáticas, hubiera podido librarse de esta deuda tan gravosa. Para ello le habría bastado simplemente proponer a Seta que él mismo contara, grano a grano, el trigo que le correspondía.

Efectivamente, si Seta, puesto a contar, hubiera trabajado noche y día, contando un grano por segundo, habría contado en el primer día 86 400 granos. Para contar un millón de granos hubiera necesitado, como mínimo, diez días de continuo trabajo. Un metro cúbico de trigo lo hubiera contado aproximadamente en medio año, lo que supondría un total de *cinco cuartos*. Haciendo esto sin interrupción durante diez años, hubiera contado *cien cuartos* como máximo, por mucho que se esforzase.

Por consiguiente, aunque Seta hubiera consagrado el resto de su vida a contar los granos de trigo que le correspondían, habría recibido sólo una parte ínfima de la recompensa exigida.

Fuente: Y. Perelman. *Matemáticas recreativas*. Editorial MIR Moscú. 1973. p. 167.